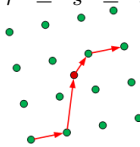


| | | | |
|---|--|--|--|
| $a = 12, b = 10$ $\Rightarrow \geq 1$ kaste ar ≥ 3 objektiem VAI ≥ 2 kastes ar ≥ 2 objektiem. | Dirihlē princips: Ja a objektus sadala pa b kastītēm un $a \geq b + 1$, tad vismaz vienā kastītē būs vismaz divi objekti. Ja $a \geq b + 2$, tad vismaz divās kastītēs būs vismaz divi objekti vai vismaz vienā kastītē būs vismaz trīs objekti, utt. | $r = s = 5:$  | Erdeša-Sekereša teorēma: Naturāliem skaitļiem r un s , jebkura dažādu (reālu) skaitļu virkne, kurā ir vismaz $(r-1)(s-1) + 1$ locekļi, satur vai nu monotoni augošu apakšvirtni garumā r vai arī monotoni dilstošu apakšvirtni garumā s . |
| $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$ | Binomiālie koeficienti: $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$, kur $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. | $(a+b+c+d)^4 = \dots + 12a^2bc + \dots$, jo $\frac{4!}{2!1!1!} = 12$. | Polinomiālie koeficienti: $(a_1+a_2+\dots+a_m)^n$ izvirkums satur $a_1^{k_1}a_2^{k_2}\dots a_m^{k_m}$ ar koeficientu $\frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_m!}$, ja $k_1+k_2+\dots+k_m = n$. |
| $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$ | Nepāru pakāpju summa: $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + \dots - ab^{2n-1} + b^{2n})$. | $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$ | Pakāpju starpība: $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$. |
| $ax^2 + bx + c = 0$ ir 3 saknes $\Rightarrow a = b = c = 0$ | Identiski polinomi: Ja $P(x)$ un $Q(x)$ ir n -tās pakāpes polinomi un to vērtības sakrīt $n+1$ dažādiem x_i , tad $P(x) = Q(x)$. | $P(x) = 4x^3 - 3x^2 - 25x - 6$ dalās ar $(x-3)$. | Polinoms $P(x)$ dalās ar $(x-a)$ tad un tikai tad, ja a ir $P(x)$ sakne. |
| Dalāmība un pirmskaitļi: Veseliem a un d ($d \neq 0$) rakstām $d \mid a$, ja a dalās ar d . Atlikums, a dalot ar b : $(a \bmod b)$. | | | |
| Pirmskaitļu 2, 3, 5, ... ir bezgalīgi daudz. (No pretējā: ja būtu galīgs skaits, tad $p_1 p_2 \dots p_k + 1$ nedalītos ne ar vienu no tiem.) | Eksistē cik patīk garas \mathbb{N} apakšvirtnes bez pirmskaitļiem. (Piemēram, $m! + 2, m! + 3, m! + m$ satur $m-1$ saliktu skaitli.) | | |
| $2016 = 2^5 3^2 7.$ $2017 = 2017^1.$ $2018 = 2 \cdot 1009.$ | Aritmētikas pamatteorēma: Katru $n \in \mathbb{N}$ var tieši vienā veidā izteikt kā pirmskaitļu pakāpju reizinājumu: $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$. | $60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ $ir 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ dalītāji. | Dalītāju skaits: Katram $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k}$ pozitīvo dalītāju skaits, ieskaitot 1 un n , ir $d(n) = (a_1 + 1) \dots (a_k + 1)$. |
| 100: 9 dalītāji; 1000: 16 dal. | Dalītāju skaits: Skaitlis $n \in \mathbb{N}$ ir pilns kvadrāts t.t.t., ja tam ir nepāru skaits pozitīvu dalītāju. | $n = 12: (1, 12), (2, 6)$ un $(3, 4)$. | Dalītāju pāri: Visus n dalītājus (izņemot \sqrt{n}) var grupēt pāros: $d_1 < \sqrt{n} < d_2$, kur $d_2 = n/d_1$. |
| $\gcd(192, 78) =$ $\gcd(78, 36) =$ $\gcd(36, 6) =$ $\gcd(6, 0) = 6.$ | Eiklīda algoritms: function gcd(a, b) if (b == 0) { return a; } else { return gcd(b, a mod b); } | Piemērs polinomiem: $\gcd(n^2 + 3, n^2 + 2n + 4) = \gcd(n^2 + 3, 2n + 1) = \gcd(2n^2 + 6, 2n + 1) = \gcd(-n + 6, 2n + 1) = \gcd(n - 6, 13).$ | |
| $a = 8, b = 13$ $\Rightarrow 5a - 3b = 1.$ | Bezū lemma: Ja $a, b \in \mathbb{N}$ un $d = \gcd(a, b)$, tad eksistē $x, y \in \mathbb{Z}$, kam $ax + by = d$. Eiklīda lemma: Dots pirmskaitlis p un $a, b \in \mathbb{Z}$. Ja $p \nmid ab$, tad $p \nmid a$ vai $p \nmid b$. | $(n_1, n_2, n_3) = (2, 3, 5),$ $(x_1, x_2, x_3) = (1, 2, 3) \Rightarrow x \equiv 23 \pmod{30}.$ | Ķīniešu atlikumu teorēma: Ja n_1, \dots, n_k ir naturāli skaitļi, $\gcd(n_i, n_j) = 1$ visiem $i \neq j$, tad visiem naturāliem x_1, \dots, x_k eksistē tieši viena kongruenču klase x pēc moduļa $n = n_1 \dots n_k$, kam $x \equiv x_i \pmod{n_i}$ visiem i . |
| Pakāpes pacelšanas lemmas: Kā noteikt $\nu_p(a^n \pm b^n)$. Burtu ν lasa "nī": $\nu_p(n) = a$, ja pirmskaitlis p ir n pirmreizinātājs pakāpē a . | | | |
| ABC | Lemma 1: Ja x un y ir veseli skaitļi (ne obligāti pozitīvi), n ir naturāls skaitlis un p ir nepāru pirmskaitlis tāds, ka $p \mid x - y$, bet ne x ne y nedalās ar p , tad $\nu_p(x^n - y^n) = \nu_p(x - y) + \nu_p(n)$. | ABC | Lemma 2: Ja x un y ir veseli skaitļi (ne obligāti pozitīvi), n ir nepāru naturāls skaitlis un p ir nepāru pirmskaitlis tāds, ka $p \mid x + y$, bet ne x ne y nedalās ar p , tad $\nu_p(x^n + y^n) = \nu_p(x + y) + \nu_p(n)$. |
| ABC | Lemma 3: Ja x un y ir nepāru skaitļi, kam $x - y$ dalās ar 4, tad $\nu_2(x^n - y^n) = \nu_2(x - y) + \nu_2(n)$. | ABC | Lemma 4: Ja x un y ir divi nepāru veseli skaitļi un m ir pāru naturāls skaitlis. Tādā gadījumā: $\nu_2(x^m - y^m) = \nu_2(x - y) + \nu_2(x + y) + \nu_2(m) - 1$. |
| Kongruences: Veseliem a, b, m rakstām $a \equiv b \pmod{m}$, ja $a - b$ dalās ar m . | | | |
| $1^6 \equiv 2^6 \equiv 3^6 \equiv 4^6 \equiv 5^6 \equiv 6^6 \equiv 1 \pmod{7}.$ | Mazā Fermā teorēma: Ja p ir pirmskaitlis un $\gcd(a, p) = 1$, tad $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. | $3^k \equiv 3, 2, 6, 4, 5, 1 \pmod{7}$ ja $k = 1, \dots, 6$. | Primitīvā sakne: Katram pirmskaitlim p eksistē tāds a , kuram kongruenču klases a^1, a^2, \dots, a^{p-1} pieņem visas vērtības $1, 2, \dots, p-1$. |