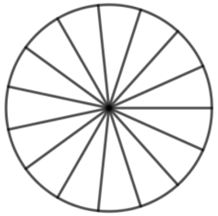
Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

7. klase

1. Dotas divas funkcijas $f(x) = ax + b$ un $g(x) = cx + d$. Zināms, ka katrai x vērtībai pastāv nevienādība $f(x) > g(x)$. Noskaidrot, vai $(a - c)$ var būt pozitīvs, negatīvs skaitlis vai nulle!

2. Riņķis sadalīts 15 vienādās daļās (skat. 1. att.). Divi spēlētāji pamīšus tās aizkrāso. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot vai nu vienu no šīm daļām, vai divas blakus esošas daļas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?



1. att.

3. Izliektā četrstūrī $ABCD$ leņķu BAD un ADC bisektrises krustojas punktā M. Pierādīt, ka $BM = CM$, ja zināms, ka $AD = AB + CD$.
Piezīme. Četrstūri sauc par izliektu, ja visi tā iekšējie leņķi ir mazāki nekā $180°$.

4. Andris apgalvo, ka sapnī bijis kādā Ēģiptes piramīdā un kādā tās telpā redzējis tādu piecstūri, kas salikts no diviem vienādiem piecstūriem, kuri sastāvējuši no vienādiem regulāriem trijstūriem. Uzzīmē šādu piecstūri!

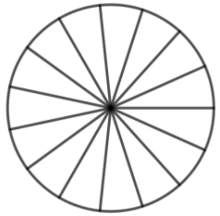
5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā septiņu naturālu skaitļu reizinājumu tā, lai to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

7. klase

1. Dotas divas funkcijas $f(x) = ax + b$ un $g(x) = cx + d$. Zināms, ka katrai x vērtībai pastāv nevienādība $f(x) > g(x)$. Noskaidrot, vai $(a - c)$ var būt pozitīvs, negatīvs skaitlis vai nulle!

2. Riņķis sadalīts 15 vienādās daļās (skat. 1. att.). Divi spēlētāji pamīšus tās aizkrāso. Vienā gājienā drīkst aizkrāsot vai nu vienu no šīm daļām, vai divas blakus esošas daļas. Spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?



1. att.

3. Izliektā četrstūrī $ABCD$ leņķu BAD un ADC bisektrises krustojas punktā M. Pierādīt, ka $BM = CM$, ja zināms, ka $AD = AB + CD$.
Piezīme. Četrstūri sauc par izliektu, ja visi tā iekšējie leņķi ir mazāki nekā $180°$.

4. Andris apgalvo, ka sapnī bijis kādā Ēģiptes piramīdā un kādā tās telpā redzējis tādu piecstūri, kas salikts no diviem vienādiem piecstūriem, kuri sastāvējuši no vienādiem regulāriem trijstūriem. Uzzīmē šādu piecstūri!

5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā septiņu naturālu skaitļu reizinājumu tā, lai to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

8. klase

1. Atjaunojot taisnu žogu, Raimonds izraka vecos žoga stabus, kuri atradās 8 metru attālumā viens no otra un kuru skaits bija nepāra skaitlis. Raimonds sanesa visus stabus pie vidējā, nesdams tos pa vienam un sākdams ar vienu no malējiem stabiem. Cik bija stabu, ja viņš nostaigāja 840 m?

2. Divi spēlētāji pamīšus izvieto kauliņus tabulas 6×6 rūtiņās. Vienā gājienā var aizpildīt vai nu vienu tukšu rūtiņu, vai vairākas tukšas rūtiņas, kuras atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā. Tas spēlētājs, kas nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots paralelograms $ABCD$. Leņķa BAD bisektrise krusto malu BC iekšējā punktā E un CD pagarinājumu punktā F. Pierādīt, ka $BC = DF$, ja zināms, ka DE ir perpendikulārs AF.

4. Mežā dzīvo m rūķīši. Daži no tiem savā starpā draudzējas (ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A), pie tam katra rūķīša draugu skaits ir kāda naturāla skaitļa kubs. Kādām m vērtībām tas ir iespējams?

5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā sešu naturālu skaitļu reizinājumu tā, ka neviens no tiem nav mazāks kā 10 un to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

Latvijas 46. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

8. klase

1. Atjaunojot taisnu žogu, Raimonds izraka vecos žoga stabus, kuri atradās 8 metru attālumā viens no otra un kuru skaits bija nepāra skaitlis. Raimonds sanesa visus stabus pie vidējā, nesdams tos pa vienam un sākdams ar vienu no malējiem stabiem. Cik bija stabu, ja viņš nostaigāja 840 m?

2. Divi spēlētāji pamīšus izvieto kauliņus tabulas 6×6 rūtiņās. Vienā gājienā var aizpildīt vai nu vienu tukšu rūtiņu, vai vairākas tukšas rūtiņas, kuras atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā. Tas spēlētājs, kas nevar izdarīt gājienu, zaudē. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

3. Dots paralelograms $ABCD$. Leņķa BAD bisektrise krusto malu BC iekšējā punktā E un CD pagarinājumu punktā F. Pierādīt, ka $BC = DF$, ja zināms, ka DE ir perpendikulārs AF.

4. Mežā dzīvo m rūķīši. Daži no tiem savā starpā draudzējas (ja A draudzējas ar B, tad B draudzējas ar A), pie tam katra rūķīša draugu skaits ir kāda naturāla skaitļa kubs. Kādām m vērtībām tas ir iespējams?

5. Kādai mazākajai naturālai n vērtībai skaitli 10^n iespējams izteikt kā sešu naturālu skaitļu reizinājumu tā, ka neviens no tiem nav mazāks kā 10 un to visu pēdējie cipari ir dažādi (tas ir, nevienam no tiem pēdējais cipars nesakrīt ar kāda cita skaitļa pēdējo ciparu)?

2019. gada 28. aprīlis
nms.lu.lv