# Matemātikas pulciņš #4, 2024-11-06

## SKAITĻU PIERAKSTS

**Dalāmības pazīmes:** Dalāmības pazīmes ļauj no skaitļa pieraksta ātri noskaidrot, vai tas dalās ar citu skaitli, neveicot pašu dalīšanu.

| Dalāmības pazīme | Piemēri |
|---|---|
| Skaitlis dalās ar 2, ja tā pēdējais cipars ir pāra (0, 2, 4, 6 vai 8). | 2024 dalās ar 2, jo 4 ir pāra. |
| Skaitlis dalās ar 3, ja tā ciparu summa dalās ar 3. | 2025 dalās ar 3, jo $2+0+2+5=9$ dalās ar 3. |
| Skaitlis dalās ar 4, ja tā pēdējo divu ciparu veidotais skaitlis dalās ar 4. | 2024 dalās ar 4, jo 24 dalās ar 4. |
| Skaitlis dalās ar 4, ja tā pēdējo divu ciparu veidotais skaitlis dalās ar 4. | 2024 dalās ar 4, jo 24 dalās ar 4. |
| Skaitlis dalās ar 5, ja tā pēdējais cipars dalās ar 5 (ir 0 vai 5). | 2025 dalās ar 5, jo tā pēdējais cipars ir 5. |
| Skaitlis dalās ar 6, ja tas dalās gan ar 2, gan ar 3. | 2022 dalās ar 6, jo tas dalās ar 2 (beidzas ar pāra ciparu) un ar 3 (ciparu summa dalās ar 3). |
| Skaitlis dalās ar 8, ja tā pēdējo trīs ciparu veidotais skaitlis dalās ar 8. | 1124 nedalās ar 8, jo 124 nedalās ar 8. Bet 1024 dalās ar 8, jo 24 dalās ar 8. |
| Skaitlis dalās ar 9, ja tā ciparu summa dalās ar 9. | 2025 dalās ar 9, jo $2+0+2+5=9$ dalās ar 9. |
| Skaitlis dalās ar 10, ja tā pēdējais cipars ir 0. | 150 dalās ar 10, jo tā pēdējais cipars ir 0. |
| Skaitlis dalās ar 11, ja tā ciparu summa nepāra pozīcijās mīnus ciparu summa pāra pozīcijās dalās ar 11. | 108647 dalās ar 11, jo $(1+8+4)-(0+6+7)=0$, kas dalās ar 11. 94831 dalās ar 11, jo $(9+8+1)-(4+3)=11$, kas dalās ar 11. |

Dalāmības pazīmēm parasti ir divi varianti – par pašu dalāmību (dalās vai nedalās) vai arī par dalīšanas atlikumu.

**Apgalvojums 1:** Naturāls skaitlis $n$ dalās ar 9 tad un tikai tad, ja skaitļa $n$ ciparu summa dalās ar 9.

**Apgalvojums 2:** Naturāls skaitlis $n$ un tā ciparu summa $S(n)$ dod vienādus atlikumus, dalot ar 9.

*Piemērs:* Otrajam apgalvojumam nevajag, lai skaitlis $n$ dalītos ar 9; tas ir spēkā visiem skaitļiem. Piemēram, $n=2024$ ir ar ciparu summu $S(n)=2+0+2+4=8$. Gan $2024=224\cdot 9+8$ gan 8 dod atlikumu 8, dalot ar 9.

**Piemēri**

**Dalāmība ar 144:** Skaitli 6 var izteikt kā $6=2\cdot 3$. Ir spēkā apgalvojums: Ja skaitlis dalās ar 2 un ar 3, tad tas dalās arī ar 6.

Izteikt arī skaitli 144 kā reizinājumu $144=a\cdot b$ tā, lai jebkurš skaitlis $N$, kas dalās gan ar $a$, gan ar $b$ dalītos arī ar 144.

**Dalāmība ar 99:** Pierādiet apgalvojumu: ja skaitlis dalās ar 99, tad tā ciparu summa ir ne mazāka kā 18.

**Divreiz atkārtots 3-ciparu skaitlis:** Vienu otram galā uzrakstīja divus vienādus trīsciparu skaitļus, iegūstot 6-ciparu skaitli. Pierādīt, ka iegūtais skaitlis **(A)** dalās ar 11, **(B)** dalās ar 7 un arī ar 13.

**Dalīšana uz pusēm:** Klasē ir $16$ skolēni. Angļu valodas apgūšanai viņus dala divās grupās. Katru mēnesi grupas sadala citādi. Cik mēneši nepieciešami, lai katri divi skolēni vismaz vienā no mēnešiem nonāktu dažādās grupās?

**Visu summu salikšana:** Kā salikt septiņās aizsietās zeķēs $127$ eiro monētas tā, lai jebkuru veselu skaitu eiro no $1$ līdz $127$ varētu nomaksāt, neatraisot zeķes?

**Visu taisnstūru salikšana:** Kā sagriezt kvadrātu $7 \times 7$ deviņos taisnstūros (ne obligāti dažādos) tā, lai no tiem varētu salikt jebkuru taisnstūri, kura malu garumi ir veseli skaitļi, kas nepārsniedz $7$?

**Vienādojums veselos skaitļos:** Karlsons sev pusdienām nopirka $8$ pīrādziņus un $15$ magoņmaizītes, bet Brālītis - vienu pīrādziņu un vienu magoņmaizīti. Karlsons par savām pusdienām samaksāja tieši divus eiro (katra maizīte un pīrādziņš maksā veselu skaitu centu). Cik samaksāja Brālītis?

**Uzdevumi**

**1.uzdevums:** Dots naturāls skaitlis, kas dalās ar $99$ un kura pēdējais cipars nav $0$. Pierādi, ka, uzrakstot šī skaitļa ciparus pretējā secībā, arī iegūst skaitli, kas dalās ar 99.

**2.uzdevums:** Leonards izvēlējās patvaļīgu trīsciparu skaitli, reizināja to ar 2 un rezultātam galā pierakstīja sākotnējo skaitli. Vai viņa iegūtais skaitlis noteikti dalās ar 23?

**3.uzdevums:** Mārtiņš augošā secībā pēc kārtas sāka rakstīt skaitļus, kuru pirmie četri cipari ir "3321":

$$3321; 33210; 33211; 33212; 33213; 33214; \ldots$$

Kāds ir 3321. skaitlis šajā virknē?

**4.uzdevums:** Uz tāfeles bija uzrakstīts šāds teksts: $A869B$. Katrs no burtiem $A$ un $B$ jāaizstāj ar vienu ciparu (tie var būt arī vienādi) tā, lai iegūtais piecciparu skaitlis dalītos ar 15. Cik dažādos veidos to var izdarīt?

**5.uzdevums:** Uz tāfeles bija uzrakstīts šāds teksts: $N597M$. Katrs no burtiem $N$ un $M$ jāaizstāj ar vienu ciparu (tie var būt arī vienādi) tā, lai iegūtais piecciparu skaitlis dalītos ar 12. Cik dažādos veidos to var izdarīt?

**6.uzdevums:** Kāds ir lielākais iespējamais septiņciparu skaitlis, kuram vienlaicīgi izpildās šādi nosacījumi:

- tas dalās ar 12;
- skaitļa pirmais cipars ir tāds pats kā pēdējais cipars;
- skaitļa 2., 4. un 6. cipars ir vienādi un tie ir divas reizes lielāki nekā pirmais cipars;
- skaitļa trešais cipars ir tāds pats kā piektais cipars?

**7.uzdevums:** Trīsciparu skaitļa $x$ ciparu summa ir 12. Ja šim skaitlim nodzēš pēdējo ciparu, tad atlikušais divciparu skaitlis dalās ar $9$. Zināms, ka skaitlis $x$ ir par $99$ lielāks nekā trīsciparu skaitlis, ko iegūst, uzrakstot tā ciparus pretējā secībā. Kāds var būt skaitlis $x$?