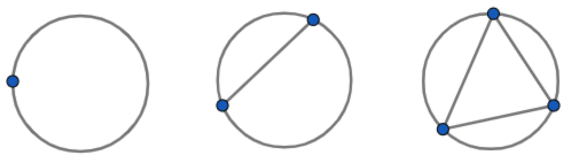
TRIJSTŪRI UN LEŅĶI

Riņķa dalīšana daļās Uz riņķa līnijas atzīmēti n punkti ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$). Katri divi punkti savienoti ar nogriezni. Cik daļās tie sadala riņķi? (Rezultātus var apkopot tabulā un atrast sakarību - kā daļu skaits pieaug, ja pieaug punktu skaits n.)



Atbilde:

Zīmējumā redzami gadījumi $n = 1, 2, 3$. Daļu skaits, kuros nogriežņi sadala apli ir attiecīgi $1, 2, 4$.

Lielākām n vērtībām:

n	1	2	3	4	5	6
Daļu skaits	1	2	4	8	16	31

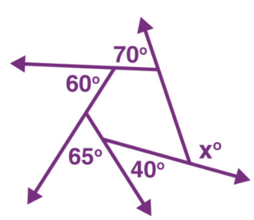
Sešiem un vairāk punktiem tos var atzīmēt arī tā, ka sešstūra iekšpusē vienā punktā krustojas vairāk kā divas diagonāles (piemēram, ja saliek šos punktus regulāra sešstūra virsotnēs). Šādos gadījumos pie $n = 6$ Šādos gadījumos pie $n = 6$ rodas mazāk daļu, piemēram, 30. Skaitlis 31 ir *lielākais* daļu skaits, ko var dabūt sešiem punktiem.

Ģeometrijā ir bīstami izdarīt pārsteidzīgus secinājumus (piemēram, noticēt tam, ka daļu skaits ikreiz dubultojas, veidojot virkni $1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \ldots$). Visas hipotēzes ir jāpārbauda.

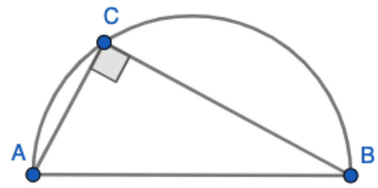
Leņķi pie punkta un pie paralēlām taisnēm Definēt, kas ir blakusleņķi, krustleņķi, kāpšļu leņķi, šķērsleņķi, iekšējie/ārējie vienpusleņķi. Kuri no tiem ir savstarpēji vienādi, kuru summa ir $180°$?

Iekšējo leņķu summa daudzstūrī: Pierādīt šādus apgalvojumus: Trijstūrī iekšējo leņķu summa ir $180°$. Izliektā daudzstūrī ar n malām iekšējo leņķu summa ir $180° \cdot (n-2)$.

Ārējo leņķu summa daudzstūrī: Pierādīt, ka ārējo leņķu summa jebkurā izliektā daudzstūrī ir $360°$.



Pusaplī ievilkts leņķis: Dota riņķa līnija, AB ir diametrs, bet C ir virsotne uz riņķa līnijas. Pierādīt, ka $\sphericalangle ACB = 90°$.



Mediāna taisnleņķa trijstūrī: Ja taisnleņķa trijstūrī ABC leņķis ACB ir taisns, bet M ir malas AB viduspunkts, tad $AB = 2CM$ (mediāna ir puse no taisnleņķa trijstūra garākās malas jeb hipotenūzas).

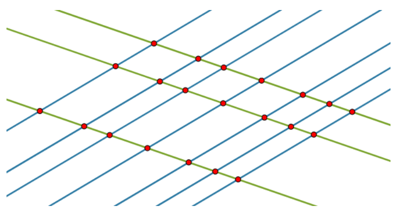
Trijstūra laukums: Pamatot, ka trijstūra laukums ir $S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$, kur a ir trijstūra mala (pamats) un h_a ir augstums, kas novilkts pret pamatu a.

1.uzdevums: Dots, ka a un b ir neparalēlas taisnes. Plaknē uzzīmēja vēl 10 taisnes; katra no tām paralēla vai nu a, vai b. Pēc tam taisnes a un b nodzēsa. Cik punktos krustojas palikušās 10 taisnes? Atrodiet visas iespējas un pierādiet, ka citu, bez jūsu atrastajām, nav.

Atbilde:

Sākotnējās taisnes a un b var nemaz nezīmēt – šajā situācijā svarīgi, ka atlikušās 10 taisnes kaut kā sadalītas divās paralēlu taišņu grupās (dažreiz šādas grupas sauc par *paralēlu taišņu kūļiem*).

Ievērojam, ka vienā grupā esošas taisnes savstarpēji nekrustojas, jo ir savstarpēji paralēlas. Savukārt dažādās grupās esošas taisnes krustojas – katras divas krustojas vienā punktā.



Attēlā parādīts, kā grupas, kurās ir 7 un 3 taisnes, krustojas $7 \cdot 3 = 21$ punktā. Apskatot visas iespējas, kā 10 taisnes var sadalīt divās grupās, iegūsim šādus reizinājumus:

- $0 \cdot 10 = 0$
- $1 \cdot 9 = 9$
- $2 \cdot 8 = 16$
- $3 \cdot 7 = 21$
- $4 \cdot 6 = 24$
- $5 \cdot 5 = 25$

Pārējie reizinājumi $6 \cdot 4, 7 \cdot 3, \ldots$ sakrīt ar kādu no šiem. Tādēļ iespējamās atbildes ir $\{0, 9, 16, 21, 24, 25\}$.

2.uzdevums: Sadalīt regulāru sešstūri **(A)** 9 un **(B)** 8 vienādās daļās.

Ieteikums:

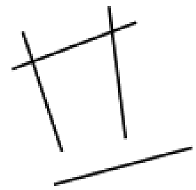
- Kas ir "vienādas daļas"? (Jēdziens par kongruentām figūrām).
- Ja sarežģīti dalīt uzreiz 9 vai 8 daļās, var dalīt vispirms 2 vai 3, vai 4, vai 6 daļās.
- Lai dalītu 9 daļās, var vispirms dalīt 3 daļās, tad katru no daļām dalīt vēl 3 daļās.
- Regulāru sešstūri var sadalīt mazos trijstūrīšos (dažādā skaitā trijstūrīšu atkarībā no to izmēra). Šāds mazo trijstūrīšu režģis var palīdzēt dalīt vienādās daļās - pa mazo trijstūrīšu režģa līnijām.

3.uzdevums: Vai iespējams 4 nogriežņus izkārtot tā, ka katrs no tiem krustojas ar

A. 1, 2, 2 un 3 citiem nogriežņiem;

B. 1, 2, 3 un 3 citiem nogriežņiem?

Gadījums, kur krustotos ar 0, 1, 1 un 2 nogriežņiem, parādās 1. zīmējumā.



1. zīm.

Ieteikums:

(A) Zīmējot nogriežņus, var viegli atrast piemēru, kuram vajadzīgais krustpunktu skaits uz katra nogriežņa ir zināms.

(B) Katrs krustpunkts starp diviem nogriežņiem ir abpusējs (ja 1.nogrieznis krustojas ar 2.nogriezni, tad arī 2.nogrieznis krustojas ar 1.nogriezni) – šādai attiecībai vienmēr ir divas puses.

Krustpunktiem $1, 2, 3, 3$ tas nav iespējams, jo šo skaitļu summa ir $1+2+3+3 = 9$ ir nepāra skaitlis.

4.uzdevums: Taisnes $y = x$ un $y = -2x + 2022$ krustojas punktā A. Punkti B un C ir attiecīgi šo taišņu krustpunkti ar y asi. Aprēķināt trijstūra ABC laukumu.

5.uzdevums: Kvadrātā $ABCD$ novilkta diagonāle AC un uz tās atzīmēts punkts E tā, ka $\sphericalangle DEC = 75°$. Nogriežņa DE pagarinājums krusto malu AB punktā F. Pierādīt, ka $EF = FB$!

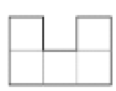
6.uzdevums: Trijstūrī ABC uz malas BC atlikts tāds punkts D, ka $AD = BD$ un $AB = DC = AC$. Aprēķināt trijstūra ABC leņķus!

7.uzdevums: No četrām tādām figūrām, kāda dota 12. att., uzzīmē figūru, kurai ir tieši:

A. 2 simetrijas asis;

B. 4 simetrijas asis!

Piezīme. Figūru, kas dota 12. att., drīkst pagriezt. Uzzīmētajai figūrai var būt arī caurumi. Figūrai jābūt saistītai, tas ir, no figūras katras rūtiņas jābūt iespējai aiziet uz jebkuru citu šīs figūras rūtiņu, ejot tikai pa šīs figūras rūtiņām, katru reizi pārejot no attiecīgās rūtiņas uz blakus rūtiņu, ar ko tai ir kopīga mala.



12. att.